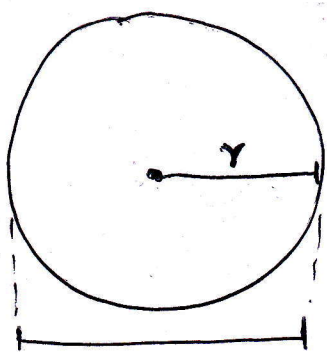


1.- a) Aplicando la definición de derivado, calcular $f'(x)$, si $f(x) = \frac{1}{\sqrt{2x+3}}$; $x > -\frac{3}{2}$

(b) Hallar $\frac{dz}{dx}$. si $z = \cos u$; $u = \sin v$; $v = \sqrt{x^2+3}$

2.- Hallar los puntos en que las tangentes a la curva de ecuación $y = 3x^4 + 4x^3 - 12x^2 + 20$ sea paralela al eje de las abscisas.

3.- Una bola de nieve esférica se derrite de manera que su volumen disminuye a razón de 1 cm^3 por minuto, a que velocidad disminuye el diámetro cuando el diámetro es 10 cm



$2r = D$; donde $D = \text{diámetro}$

Vemos que $2r = D \Rightarrow r = \frac{D}{2}$

Reemplazando en V tenemos que $V(D) = \frac{4}{3}\pi \left(\frac{D}{2}\right)^3 = \frac{4}{24}\pi D^3 = \frac{\pi}{6}D^3$

$$\Rightarrow V(D) = \frac{\pi}{6}D^3$$

Por la relación de la derivada en cadena sabemos que

$$\frac{dV}{dt} = \frac{dV}{dD} \cdot \frac{dD}{dt} \Rightarrow \frac{dD}{dt} = \frac{\frac{dV}{dt}}{\frac{dV}{dD}} \Rightarrow \frac{dD}{dt} = \frac{\frac{dV}{dt}/_{D=10\text{cm}}}{\frac{dV}{dD}/_{D=10\text{cm}}}$$

$$\text{como } V(D) = \frac{\pi}{6}D^3 \Rightarrow \frac{dV}{dD} = \frac{3}{6}\pi D^2 = \frac{\pi}{2}D^2 \Rightarrow \frac{dV}{dD}/_{D=10\text{cm}} = \frac{\pi}{2}(10\text{cm})^2 = 50\pi \text{ cm}^2$$

$$\Rightarrow \frac{dD}{dt}/_{D=10\text{cm}} = \frac{1 \frac{\text{cm}^3}{\text{min}}}{50\pi \text{ cm}^2} = \frac{1}{50\pi} \frac{\text{cm}}{\text{min}}$$

b) Hallar $\frac{dz}{dx}$ si $z = \cos u$; $u = \operatorname{sen} v$; $v = \sqrt{x^2+3}$

$$z = \cos u \Rightarrow z = \cos(\operatorname{sen} v)$$

$$\Rightarrow z = \cos(\operatorname{sen} \sqrt{x^2+3})$$

$$\begin{aligned} \frac{dz}{dx} &= -\operatorname{sen}(\operatorname{sen} \sqrt{x^2+3}) \cos \sqrt{x^2+3} \cdot \left(\frac{1}{2} \cdot \frac{2x}{\sqrt{x^2+3}} \right) \\ &= -\frac{x}{\sqrt{x^2+3}} \cos \sqrt{x^2+3} \operatorname{sen}(\operatorname{sen} \sqrt{x^2+3}) \end{aligned}$$

2: Hallar los puntos en que las tangentes a la curva de ecuación $y = 3x^4 + 4x^3 - 12x^2 + 20$ sea paralela al eje de las abscisas.

$$f(x) = 3x^4 + 4x^3 - 12x^2 + 20$$

$$\Rightarrow f'(x) = 12x^3 + 12x^2 - 24x$$

si iguala $f'(x)$ a cero

$$\frac{12x^3}{12} + \frac{12x^2}{12} - \frac{24x}{12} = 0$$

$$x^3 + x^2 - 2x = 0$$

$$x(x^2 + x - 2) = 0$$

$$x(x+2)(x-1) = 0$$

$$\Rightarrow x=0, \quad x=-2, \quad x=1$$

IngeUCE y IngeUCE2

- 15
a) ¿Cuál es la pendiente de la tangente a la curva cuya ecuación es $y = \sin x$, en el punto cuya abscisa es x_1 ? ¿En el punto P_1 cuya abscisa es $\frac{\pi}{6}$? ¿En el punto P_2 cuya abscisa es $\frac{\pi}{4}$?
- b) Dar una ecuación de la tangente y la normal a la gráfica de $y = \sin x$ en los puntos indicados en la parte a)

a) $f(x) = \sin x \Rightarrow f'(x) = \cos x \Rightarrow f'(x_1) = \cos x_1$

$$f'\left(\frac{\pi}{6}\right) = \cos \frac{\pi}{6} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$f'\left(\frac{\pi}{4}\right) = \cos \frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

b) E.L.T: $y - b = f'(a)(x - a)$

E.L.T: $y - b = \frac{1}{f'(a)}(x - a)$

* para el punto $x = x_1$ se tiene que $(a, b) = (x_1, \sin x_1)$

Entonces la ecuación de la recta tangente es

$$y - \sin x_1 = \cos x_1 (x - x_1)$$

$$y - \sin x_1 = x \cos x_1 - x_1 \cos x_1$$

E.L.T $y = \sin x_1 + x \cos x_1 - x_1 \cos x_1$

Entonces la ecuación de la recta Normal es

$$y - \sin x_1 = \frac{1}{\cos x_1} (x - x_1)$$

$$y - \sin x_1 = \frac{x}{\cos x_1} - \frac{x_1}{\cos x_1}$$

$$y - \sin x_1 = x \sec x_1 - x_1 \sec x_1$$

E.L.N $y = x \sec x_1 - x_1 \sec x_1 + \sin x_1$

* Para el punto $x = \frac{\pi}{6}$ se tiene que $(a, b) = \left(\frac{\pi}{6}, \sin \frac{\pi}{6}\right) = \left(\frac{\pi}{6}, \frac{1}{2}\right)$

- Entonces la ecuación de la recta tangente es:

$$y - \frac{1}{2} = \frac{\sqrt{3}}{2} \left(x - \frac{\pi}{6}\right)$$

$$y = \frac{\sqrt{3}}{2} x - \frac{\sqrt{3}}{12} \pi + \frac{1}{2}$$

E.L.T $y = \frac{\sqrt{3}}{2} x + \frac{1}{2} \left(1 - \frac{\sqrt{3}}{6} \pi\right)$

- Entonces la ecuación de la recta normal es

$$y - \frac{1}{2} = \frac{2}{\sqrt{3}} \left(x - \frac{\pi}{6}\right)$$

$$y = \frac{2\sqrt{3}}{3} x - \frac{\sqrt{3}}{9} \pi + \frac{1}{2} \Rightarrow y = -\frac{2\sqrt{3}}{3} x + \left(\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{9} \pi\right) \text{ E.L.N}$$

3: Encontrar una ecuación de la recta tangente y una ecuación de la recta normal a la grafica de $X^2 + 3y^2 = 4$ en el punto (1,1). Realizar la grafica.

Solución:

Hallemos y' , usando derivación implícita.

$$2X + 6y y' = 0$$

$$y' = -\frac{2x}{6y}$$

$$y' = -\frac{x}{3y}$$

Ahora y' en el punto (1,1) es $-\frac{1}{3}$

Entonces la ecuación de la recta tangente es

$$y-1 = -\frac{1}{3}(x-1)$$

$$y = -\frac{x}{3} + \frac{1}{3} + 1$$

E.L.T $y = -\frac{x}{3} + \frac{4}{3}$

La ecuación de la recta Normal es

$$y-1 = \frac{1}{-\frac{1}{3}}(x-1)$$

$$y-1 = (-3)(x-1)$$

$$y = -3x + 3 + 1$$

E.L.N $y = -3x + 4$

Nota
esta es
una de las
muchas
soluciones
que hay.

